「広国ドリル数学」トリセツ＆ここが大事！「人生は割り算のごとし」第4回

みなさん，こんにちは。「広国ドリル」の学習は順調に進んでいるでしょうか？ 今回も「広国ドリル数学」に関するメッセージをみなさんにお伝えしますので，ぜひ参考にしてください。今回で，はや第4回となります。ゴールまであと少しですので，がんばって学習しましょう！

―― 「広国ドリル数学」トリセツ 第4回 ――

「広国ドリル」は「ベーシックコース」と「ステップアップコース」に分かれています。これらのドリルを大きく5つに分けて，入学までに無理なくコンスタントに学習することをおすすめします。

今回は，「ベーシックコース」の「累乗・二次方程式」，「ステップアップコース」の「方程式」をやってみましょう。前回，みなさんにやってみましょうと言いました「ベーシックコース」の「量の関係・文字式・関数」，「ステップアップコース」の「関数・グラフ」，「総合」ですでに，学習した内容が多くありますので，復習になる内容も多いかと思います。ここでは，二次方程式を解くことで登場する平方根を含む累乗根について説明しておきます。その前に，累乗(べき乗)について復習しましょう。

[累乗(べき乗)]

同じ数字を何回もかけることを“累乗”と言います。例えば，x を n 回かけた数を x の n 乗と言い，x^n と書きます。n を“指数”，x を“底”と言います。特に，同じ数字を2回かけることを“平方”，3回かけることを“立方”と言います。n 回かけると言いましたが，n は自然数($n=1,2,3,\cdots$)が考えやすいでしょう。この場合を累乗と言います。さらに，指数 n として，0，-1，-2 回，あるいは，0.5 回，-0.3 回かけるというように，何回かけると言われると考えにくい0や負の整数や実数にまで指数の値を広げた場合を“べき乗”と言います。

[10のべき乗]

べき乗について，例として次のような 10 のべき乗(累乗とは言わない)で考えてみましょう。

$10^3 = 1000$

$10^2 = 100$

$10^1 = 10$

$10^0 = 1$

指数が 0 から 1 の間の数字のとき，
10^n は 1 から 10 の間の値になる

$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0.1$

$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001$

1行下がるごとに，指数の値が1ずつ減り，10^n の値は$\frac{1}{10}$ずつ小さくなっていくことがわかります。

[10の累乗根／平方根(n=2 のとき), 立方根(n=3 のとき)]

上の矢印の先の行間に指数が0～1の間の数として, 次のような$\frac{1}{m}$ (m=2,3,4,･･･)を入れるとどうなるでしょう。

$10^{\frac{1}{2}}$ = $10^{0.5}$ = 3.162277･･･ 2 乗すると10になる数 → $\sqrt[2]{10}$（10 の2乗根）
$10^{\frac{1}{3}}$ = $10^{0.3333\cdots}$ = 2.154434･･･ 3乗すると10になる数 → $\sqrt[3]{10}$（10 の3乗根）
$10^{\frac{1}{4}}$ = $10^{0.25}$ = 1.778279･･･ 4乗すると10になる数 → $\sqrt[4]{10}$（10 の4乗根）
$10^{\frac{1}{5}}$ = $10^{0.2}$ = 1.584893･･･ 5 乗すると10になる数 → $\sqrt[5]{10}$（10 の5乗根）
$10^{\frac{1}{10}}$ = $10^{0.1}$ = 1.258932･･･ 10 乗すると10になる数 → $\sqrt[10]{10}$（10 の10乗根）
$10^{\frac{1}{100}}$ = $10^{0.01}$ = 1.023292･･･ 100 乗すると10になる数 →$\sqrt[100]{10}$（10 の100乗根）

指数の値が 0 に近づくにつれ, 10^n の値が1に近づいていく様子がわかります。

これらを10の累乗根といい, これらの数は分数 a/b で表すことができない“無理数”の代表例(他には, 円周率π=3.141592･･･, $\sqrt{2} = 1.41421356\cdots$, $\sqrt{3} = 1.7320508\cdots$。逆に分数で表すことができる数は“有理数”)です。特に, 2乗根は“平方根(square root)”, 3乗根は“立方根(cube root)”とも言います。なぜ, そのように言うのでしょう。平方や立方は面積や体積でも使われる用語であることを思い出してください。英単語の意味も調べてみましょう。また2乗根のみ, ルートの頭の“2”を省略して書き, ルート〇〇と読みます。上の例で言えば, $\sqrt[2]{10}$ → $\sqrt{10}$ と書き, ルート 10 と読みます。

さて, ここで質問です。$\sqrt{0.1}$はどの程度の値になるでしょう。すぐに答えられますか。これはルートの意味を理解しているかどうかを確かめるのに最適な問題です。ルートの中が小数になると, 正解率が格段に低下します。かなり多くの人が $\sqrt{0.1}$ = 0.01 と誤答してしまいます。
$\sqrt{0.1} \fallingdotseq 0.3$ → 両辺をそれぞれ 2 乗すると, 0.1≒0.3^2=0.09
$\sqrt{0.01} = 0.1$ → 両辺をそれぞれ 2 乗すると, 0.01=0.1^2
の違いをよく理解しましょう。質問の答えは, 2回かけると 0.1 になる数は約 0.3 ということです。「両辺をそれぞれ2乗する」の逆は「両辺をそれぞれ 1/2 乗(0. 5乗)する」ですが, これを通常「ルートをとる」あるいは「平方根をとる」と言います。

さらに質問です。では, $\sqrt[3]{0.1}$はどの程度の値になるでしょう。さらに正解率が低下します。
$\sqrt[3]{0.1} \fallingdotseq 0.5$ → 両辺をそれぞれ 3 乗すると, 0.1≒0.5^3=0.125
$\sqrt[3]{0.001} = 0.1$ → 両辺をそれぞれ 3 乗すると, 0.001=0.1^3
の違いをよく理解しましょう。質問の答えは, 3回かけて 0.1 になる数は約 0.5 ということです。0.5 は 1/2 ですので, 1/2 の3乗, つまり1の半分の半分の半分で 1/8 のことですね。「両辺をそれぞれ 3 乗する」の逆は「両辺をそれぞれ 1/3 乗(0. 333･･･乗)する」ですが, これを通常「立方根をとる」と言います。

平方, 立方については, 次回(最終回)に面積や体積の話をしますので, そのときにもう少し詳しく説明したいと思います。

―― 「広国ドリル数学」ここが大事！第4回「人生は割り算のごとし」 ――

[前回質問の答え合わせ]
意味深なタイトルの前に，まずは前回の終わりに出題した質問の答え合わせです。

一見すると難しい問題

「ここに液体窒素(ちっそ)があります。この液体窒素の密度は 0.83 g/mL です。これを加熱するなどして気化させたところ，気体窒素の密度は 1.25 g/L になりました。窒素は液体の状態から気体の状態になることで，体積が何倍に膨張したでしょう。」

解 答

密度は「単位量あたりの量」です。分母と分子をひっくり返すやり方で，窒素 1gが液体から気体に変わった場合の体積の変化について考えてみましょう。
液体窒素 0.83 g/mL = 0.83 g/1mL（1mL あたり 0.83 g）
→ 分母と分子をひっくり返すと，0.83 g あたり 1mL の体積

$$1\text{mL}/0.83\,\text{g} = \frac{1\text{mL}}{0.83\text{g}} = \frac{1\text{mL}\div 0.83}{0.83\text{g}\div 0.83} = \frac{\frac{1}{0.83}\text{mL}}{1\text{g}} = \frac{1}{0.83}\text{mL/g}$$
（1 g あたりの体積 $\frac{1}{0.83}$mL）

体積の単位をmL にそろえます。1L(リットル)=1000mL(ミリリットル) なので，
気体窒素 1.25 g/L = 1.25 g/1000mL（1000mL あたり 1.25 g）
→ 分母と分子をひっくり返すと，1.25 g あたり 1000 mL の体積

$$1000\text{mL}/1.25\,\text{g} = \frac{1000\text{mL}}{1.25\text{g}} = \frac{1000\text{mL}\div 1.25}{1.25\text{g}\div 1.25} = \frac{\frac{1000}{1.25}\text{mL}}{1\text{g}} = \frac{1000}{1.25}\text{mL/g}$$

（1 g あたりの体積 $\frac{1000}{1.25}$mL）

質量 1g の気体窒素の体積は液体窒素の体積の何倍でしょうか？どちらからどちらを割るかを迷う人が残念ながら大学生や社会人にも意外に多くいます。式を決める力が身についていない代表例であり，どうも自信を持って答えられないようです。ここで比較するときの基準は液体窒素の体積です。これを1(基準なので)としたときに，気体窒素の体積は何倍になるかということです(1より大きくなるか，小さくなるかをよく考えてください)。基準となる1とした方が割る側，つまり，$A\div B$の Bの方です。設問の内容が難しくなると迷うようです。このように迷ったときは，常に簡単な例(6 は 2 の3倍なので，6÷2 とすればよいなど)と比較して，式を決めるようにしてください。

$$\text{気体窒素の体積}\div\text{液体窒素の体積} = \frac{\text{気体窒素の体積}}{\text{液体窒素の体積}} = \frac{\frac{1000}{1.25}\text{mL}}{\frac{1}{0.83}\text{mL}} = \frac{\frac{1000}{1.25}\times 1.25\times 0.83\cancel{\text{mL}}}{\frac{1}{0.83}\times 1.25\times 0.83\cancel{\text{mL}}} =$$

$$\frac{1000\times0.83}{1.25}=\frac{1000\times83}{125}=8\times83=664\text{倍}$$

です。このように液体が気体に変化することを“気化”といいますが，このとき「体積がおよそ 1000 倍程度に膨張する」ことを知っておきましょう。あくまでだいたいの値です。この問題を通して，輸送時や保存時の省スペースのためには液化がどれだけ大切かを理解してほしいです。

さて，今回の本題ですが，タイトルを「人生は割り算のごとし」としました。一体どのような話でしょうか。

[分数の割り算でつまずく話]
ここで，スタジオジブリのアニメ作品「おもひでぽろぽろ」（高畑勲監督，1991）について話をしたいと思います。今から30年も前のアニメーション映画です。東京の会社に勤める 27 歳のタエ子（主人公）が山形で出会った有機栽培農業を目指す 25 歳の青年トシオや農家の人々との出会いを通じて精神的に自立し始めるという話です。大人向けジブリ作品の代表例であり，特にみなさんの年代あたりの人に見てもらいたい作品です。

その中で，タエ子が小学 5 年生の時に分数の割り算でつまずいた話をトシオにするシーンがあります。小学5年生のタエ子は分数を分数で割るということの意味がわからず，食卓に出されたリンゴをいじりながら「2/3 個のリンゴを 1/4 で割るなんて分かるわけないじゃない」と頭を抱え込みました。先生に言われた通りに分子と分母を逆にしてかけることにどうしても納得がいかず，それがきっかけで算数が嫌いになったことをトシオに話します。さらに「分数の割り算がすんなりできた人は，そのあとの人生もすんなりいくらしいのよ」と，さも真実であるかのようにトシオに語ります。その話を最後まで聞いたトシオは，意味にこだわったタエ子のことを褒めたのです。このとき，タエ子は自覚していなかったかもしれませんが，「ここに自分の居場所がある」と無意識に思ったのではないでしょうか。さて，このあとの二人の展開が気になる人はぜひ作品を見てください。

[学び方における2つのスタイル]
話が少しそれましたので，元に戻しましょう。教わる内容について，その意味を考え納得してから次に進むという学習態度，一方で，意味はわからなくてもとりあえず言われたとおりにやって先に進んでいくという学習態度，みなさん，どちらも経験があるかと思います。両方とも，メリット・デメリットがあります。なぜそうなるのかを考えることが大変重要であることは，このメッセージでも強調してきました。しかし，一方で，すべてがなぜ？なぜ？だとそれ以上先に進めなくなってしまい，最後には嫌いになってやめてしまうなんてことにもなりかねません。意味を考えることの大切さの一方で，「学ぶ」はまず「まねる」から始めよ，理屈や意味はあとからついて来るという考え方もあります。学校での学習だけでなく，日常生活を送る上でも多くの学びがありますが，双方のバランスが重要なのだと思います。

[アニメ作品「おもひでぽろぽろ」の本当の意味とは？]
このエピソードについては，高畑勲監督（「アルプスの少女ハイジ」など子ども向けアニメで評価され，その後宮崎駿監督とともにスタジオジブリを設立。宮崎駿監督作品のプロデュースや脚本で宮崎作品

に多大な貢献をする。一方で自身の作品「火垂るの墓」「かぐや姫の物語」などで世界的に有名なアニメ作家)の人生に対する大変意味深い考えが含まれているように想像します。「分数の割り算がすんなりできた人は，そのあとの人生もすんなりいくらしいのよ」というセリフから，日常のいろいろなところで立ち止まってしまい前に進めなくなるというある意味要領のわるい生き方を，過去に分数の割り算でつまずいたことを例えとしてあげているというのが通常の解釈でしょうが，どうもそれだけではないように思えます。それを言うのであれば，分数の割り算以外でいくらでも例がありそうです。高畑監督の“割り算”というものへのこだわった見方が見えてきます。

[人生は割り算のごとし]

ここで例えにあげた割り算ですが，まさに，割り切るとか，割り切れない，割り切り方に納得がいかないとかは，「割り切る」=「物事を処理する・整理する・片を付ける・決定する」という意味を二重に含ませていると読み取れます。つまり，人生において，物事を進めていくためには，いろいろと割り切っていかなければならないことがあるということです。うまく割り切れること(10÷2=5のように)もあるでしょうが，どうしても割り切れないこと(10÷3=3.333・・・)もあるでしょう，また，自分としては納得のいかない割り切り方(タエ子が2/3 個のリンゴを 1/4 で割ることに納得できなかったように)をやむを得ずしなければいけないこともあるでしょう。割り切っていくことは，まさに人生に付いてまわるもの，フランス語で言うところの C’est la vie.(セ・ラヴィ)「これが人生さ」です。「人生はまるで割り算のようだ。うまく割り切れればすっきりするだろうが，割り切れないことのほうがはるかに多い。そして，時には周囲の意見にながされて割り切ってみたものの自分では納得できずにいつまでもそこから抜け出せずにいる」というような意味を含ませているように見えます。人生の分岐点ではそれなりに割り切り(決定)をしていかないとそれ以上前に進めないでしょう。でも，割り切り方によっては，自分が傷ついたり，他人を傷つけたりすることもあるでしょうし，あるいは自分自身の本心を無理に抑えこんでしまい苦しくなることもあるでしょう。映画のテーマである主人公の精神的な自立とは，まさに小学5年生のとき分数の割り算に納得がいかず，それをきっかけにいろいろなことへの割り切り方がうまくできずにくすぶっていた自分と別れ(から離れて)，前に進んでいくことであります。このように一歩前になかなか踏み出せずにいる若者たちへの高畑監督からのやさしい眼差しやエールが感じ取れる作品となっています。

[分数の割り算は算数のラスボス]

さて，ここでは計算の話をするはずだったのですが・・・。これまで，初回から割り算の意味についていろいろとお話をしてきました。そこで，いよいよ，みなさんが割り算の意味を理解しているかどうかを最終的に確かめるために，算数のラスボス的存在である最難関レベルの「分数で割る割り算」について考えてみましょう。小学5年生のタエ子に $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$ とはどう考えればよいかを説明してあげてください。で，もう，わかりますよね。「“等分”のイメージではなく，除算で考える」でしたよね。もちろん，“等分”の意味でも考えることはできますが，2/3 から 1/4 が何回引けるかという除算で考えた方が明らかにわかりやすいでしょう。さてそこまではよいとして，ここで教え方が難しいのは，これだけでは分母と分子をひっくり返してかければよいのはなぜか？という疑問には答えられていないということです。

そこで，実際に除算をやりながら考えてもらいましょう。そうするためには，分数の足し算・引き算でのお約束である通分をしないといけないですね。そこで，通分をしてみると，$\frac{8}{12} \div \frac{3}{12}$ となります。これで随分とわかりやすくなったのではないでしょうか。つまり，引ける回数は2回とちょっとで，3回は引けませんね。で，これは分子どうしの割り算 $8 \div 3 = \frac{8}{3}$ と同じことでは！？と気づいてもらえば，もう大丈夫ですね。結果的には，÷1/4 を×4/1 にしてしまえば同様の計算となり，こちらのやり方のほうが簡単かつ短時間に計算できてしまいます。計算ドリルなどで早く計算するにはこのやり方がよいのでしょうが，はじめのうちは意味が分かりやすく納得できるやり方でゆっくりと解いていく方がよいでしょう。①割り算を除算で考える，②通分して考える，この2つがそろえば，分数の割り算という「算数のラスボス」もきっと倒せるでしょう。

さて，今回はいろいろなことをお話しました。これらのことが，みなさんの理解や気づきにつながってくれればとてもうれしいです。次回はいよいよ最終回です。では，みなさん，それまでごきげんよう。

薬学部薬学科　園田 幸治